Soluție

1. a) Se arată că $\det(A - xI_2) = 0 \;\Leftrightarrow\; x \in \{1, 8\}$.

b) Se verifică prin calcul.

c) Fie $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$, o soluție a ecuației. Atunci, $A \cdot Y = Y \cdot A$.

Din **b)** rezultă că există $x, y \in \mathbb{C}$, astfel încât $Y = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$. Obținem $\begin{cases} x^3 = 1 \\ y^3 = 8 \end{cases}$, deci există 9 soluții în $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$.

2. a) Se arată că $f_{-1,2} \circ f_{-1,2} = f_{1,0}$.

b) Se arată că operația de compunere este lege de compoziție pe G. Se verifică axiomele grupului. Se demonstrează că elementul neutru este funcția identică, $f_{1,0}$, iar pentru funcția $f_{a,b} \in G$, simetrica sa este $f_{a',b'} \in G$, unde $a' = \frac{1}{a}$ și $b' = -\frac{b}{a}$.

c) Elementele $f_{-1,-b}$ au ordin 2, $\forall b \in \mathbb{R}$.